**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ**

**РЕСПУБЛИКИ БУРЯТИЯ**

**ГАПОУ РБ «ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ТЕХНИКУМ»**

**КАМЕНСКИЙ ФИЛИАЛ**

**Индивидуальные задания**

**по геометрии**

**для студентов НПО и СПО**

**Карпова Маргарита Николаевна,**

**преподаватель общеобразовательных дисциплин**

2021г.

Введение

Индивидуальная работа на уроках определяется как «организация учебного процесса, при которой выбор способов, приемов, темпа обучения учитывает индивидуальные различия учащихся, уровень развития их способностей к учению». (Педагогическая энциклопедия. М.: Сов. энциклопедия, 1965).

Урочные занятия проводятся коллективно, но учебно-познавательная деятельность и усвоение знаний обучающимися несут на себе отпечаток индивидуальных особенностей их мышления, памяти, сообразительности, способностей, а также мотивов и установок учения. Встает вопрос об учёте этих особенностей и организации индивидуальной работы с обучающимися в процессе урочных занятий. Задача индивидуального подхода к обучающимся решается более успешно, если на уроках широко практикуется самостоятельная учебная работа, цель которой оптимально занять обучающихся на уроке. При этом, в идеале, каждый студент получает свое задание, которое он выполняет независимо от других. Чаще всего это задания – карточки, где преподаватель имеет возможность их дифференцировать.

Организация учебного процесса с учётом индивидуальных особенностей обучающихся на основе их индивидуальной работы позволяет обеспечить усвоение обязательного уровня знаний, сформировать у студентов положительную учебную мотивацию, активизировать их познавательные потребности и интересы.

**НАЧАЛА СТЕРЕОМЕТРИИ**

**Аксиома №1.** *Через любые три точки, \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_*

**\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_** *проходит плоскость, и притом \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.*

**Аксиома №2.** *Если две токи прямой лежат в плоскости, то \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_*

*\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ лежат в этой плоскости.*

**Аксиома №3.** *Если две плоскости имеют общую точку, то они имеют\_\_\_*

*\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_, на которой лежат \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_этих плоскостей.*

**Теорема №1.** *Через прямую и \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ точку проходит плоскость, и притом \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.*

**Теорема №2.** *Через две \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ прямые проходит плоскость, и притом \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.*

**Задание 1**

1. Назовите основные понятия стереометрии.
2. Почему они вводятся?
3. Что идеализирует плоскость? Приведите примеры
4. Изобразите и опишите с помощью математических символов следующую пространственную ситуацию: «Прямая *b* пересекает плоскость в точке *K*. Прямые *c* и *d* лежат в плоскости и пересекаются в точке *H*».
5. Могут ли две плоскости иметь только одну общую точку? Ответ обоснуйте.

**Задание 2**

1. Как переводится термин «аксиома»?
2. Зачем нужны аксиомы?
3. Что идеализирует прямая в пространстве? Приведите примеры.
4. Изобразите и опишите с помощью символов следующую пространственную ситуацию: «Плоскость пересекается с плоскостью по прямой *l*. В плоскости лежит прямая *m*, которая пересекает прямую *l* в точке *M*».
5. Сколько плоскостей проходит через три точки? Ответ обоснуйте.

**Кроссворд**



**Вопросы:**

1) Утверждение, принимаемое на веру без доказательства.

2) Наука о свойствах геометрических фигур.

3) Рассуждение по определенным правилам, обосновывающее какое-либо утверждение.

4) Доказанное утверждение, полезное не само по себе, а для доказательства других утверждений.

5) Раздел геометрии, в котором изучаются свойства фигур на плоскости.

6) Абстрактный объект в пространстве, не имеющий никаких измеримых характеристик.

**Ответы:**

1) аксиома

2) геометрия

3) доказательство

4) лемма

5) планиметрия

6) точка

**ПАРАЛЛЕЛЬНОСТЬ ПРЯМЫХ В ПРОСТРАНСТВЕ**

**Определение.** *Две прямые в пространстве называются параллельными, если \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ и не пересекаются.*

**Теорема №1.** *Через любую точку пространства, \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_,*

*проходит прямая, \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_, и притом только одна.*

**Теорема №2.** *Если две прямые параллельны \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_, то они \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.*

**Лемма.** *Если одна из двух параллельных прямых \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_,*

*то и другая \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ эту плоскость.*

**Задание 1**

1. Какой многогранник называется параллелепипедом?
2. Что идеализирует прямая?
3. Дан куб *A*…*D*. Найдите линию пересечения плоскостей граней *BBCC* и *DDCC.*Сделайте соответствующую запись.
4. Докажите, что через прямую *k* и не принадлежащую ей точку *H* можно провести плоскость.
5. Сколько плоскостей можно провести через одну прямую? Почему?

**Задание 2**

1. Какой многогранник называется пирамидой?
2. Что идеализирует плоскость?
3. Дан куб *A*…*D*. Найдите линию пересечения граней *AABB* и *BBCC.* Сделайте необходимые записи.
4. В каком случае через точки *A*, *B* и *C* можно провести плоскость? Ответ поясните.
5. Сколько плоскостей можно провести через две точки? Почему?

Три случая взаимного расположения двух прямых в пространстве:

А) прямые пересекаются, т.е. \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Б) прямые параллельны, т.е. \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

В) прямые скрещиваются, т.е. \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**СКРЕЩИВАЮЩИЕСЯ ПРЯМЫЕ**

**Определение.** *Две прямые называются скрещивающимися, если \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ плоскости.*

**Теорема №1.** *Если одна из двух прямых лежит в некоторой плоскости, \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_, то эти прямые скрещивающиеся.*

**Теорема №2.** *Через каждую из двух скрещивающихся прямых проходит плоскость, \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_, и притом только одна.*

**Теорема №3.** *Если стороны двух углов \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_, то такие углы равны.*

Задание 1

1. В правильной пятиугольной призме *A*…*E* запишите все ребра, параллельные ребру *AB.*
2. В правильной восьмиугольной пирамиде *SA…A* запишите пару параллельных ребер.
3. Найдите число диагоналей в параллелепипеде.

**Тест**

1. Если две прямые лежат в параллельных плоскостях и при наложении пересекаются, то они называются ...

А) параллельными

Б) пересекающимися

В) скрещивающимися

Г) не пересекающимися

2) Сколько прямых проходит через точку, не лежащую на данных параллельных плоскостях, пересекающих две скрещивающихся прямые?

А) однa

Б) ни одной

В) сколько угодно

3) Сколько общих перпендикуляров имеют две любые скрещивающиеся прямые?

А) ни одного

Б) сколько угодно

В) один

4) Сколько плоскостей может проходить через каждую из двух скрещивающихся прямых?

А) сколько угодно

Б) одна

В) ни одной

5) Три точки A, B, C принадлежат некоторой плоскости и не лежат на одной прямой. Точка D принадлежит данной плоскости. Сколько пар скрещивающихся прямых определяют данные точки?

А) одну

Б) две

В) три

Г) четыpе

**ПРИЗНАК ПАРАЛЛЕЛЬНОСТИ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ**

**Определение.** Прямая и плоскость называются параллельными, если они не имеют общих точек (а || )

**Признак параллельности прямой и плоскости.**

**Теорема.** Если прямая, не лежащая в данной плоскости, параллельна какой-нибудь прямой, лежащей в этой плоскости, то она параллельна самой плоскости.

|  |  |
| --- | --- |
| http://d3dxadmpi0hxcu.cloudfront.net/goods/ymk/geometry/work1/theory/1/21.gif | http://d3dxadmpi0hxcu.cloudfront.net/goods/ymk/geometry/work1/theory/1/21_1.gif |

**Замечания.**

|  |  |
| --- | --- |
| http://d3dxadmpi0hxcu.cloudfront.net/goods/ymk/geometry/work1/theory/1/22.gif | 1. Если плоскость проходит через данную прямую, параллельную другой плоскости, и пересекает эту плоскость, то линия пересечения плоскостей параллельна данной прямой.
2. Если одна из двух параллельных прямых параллельна данной плоскости, а другая прямая имеет с плоскостью общую точку, то эта прямая лежит в данной плоскости.
 |

**Выводы.**

Случаи взаимного расположения прямой и плоскости:

а) прямая лежит в плоскости;
б) прямая и плоскость имеют только одну общую точку;
в) прямая и плоскость не имеют ни одной общей точки.

Задание 1

1. Используя признак параллельности прямой и плоскости, укажите параллельные прямые и плоскости, проходящие через вершины правильной шестиугольной призмы *A…F.*
2. Плоскость проходит через середины двух сторон треугольника. Как расположены относительно друг друга третья сторона треугольника и данная плоскость? Ответ обоснуйте.

**ПАРАЛЛЕЛЬНОСТЬ ДВУХ ПЛОСКОСТЕЙ**

Задание 1

1. Докажите, что в кубе *A…D* диагональ *BD* параллельна грани *ABCD.*
2. Сторона *AC* треугольника *ABC* лежит в плоскости. Вершина *B* не принадлежит этой плоскости. Как расположены прямая, проходящая через середины сторон *AB* и *BC*, относительно плоскости? Почему?

\*3) Можно ли построить плоскость, проходящую через данную прямую и параллельную другой данной прямой? Ответ обоснуйте.

**КОЛЛИНЕАРНЫЕ ВЕКТОРЫ**

Задание 1

1. Векторы *m* и *n* коллинеарны. Векторы *k* и *l* тоже коллинеарны. Будут ли коллинеарны векторы *m* и *k*, *n* и *l*.
2. Векторы *a* и *b* коллинеарны. Будут ли коллинеарны векторы:

а) *a* и *a* + *b* ; б) *b* и *a* – *b* ?

**ПАРАЛЛЕЛЬНОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ**

Задание 1

1. Можно ли по параллельной проекции точки на плоскость определить положение точки в пространстве?
2. В каком случае положение прямой в пространстве определяется заданием ее параллельной проекции на плоскость?
3. Сохраняются ли при параллельном проектировании углы?

Задание 2

1. Верно ли утверждение: «Параллельная проекция прямой есть прямая?»
2. Может ли проекция прямой быть параллельной самой прямой, данной в пространстве?
3. В какую фигуру может проектироваться ромб?

Задание 3

1. Справедливо ли утверждение: «Параллельные прямые проектируются в параллельные прямые или в одну прямую?»
2. При каком условии квадрат проектируется в квадрат?
3. В какую фигуру может проектироваться трапеция?

**ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТЬ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ**

Задание 1

1. В кубе *A…D* найдите угол между прямыми *AB* и *DB.*
2. Через точку, не принадлежащую прямой, проведите перпендикулярную ей прямую. Сколько таких прямых можно провести?
3. Даны плоскость и параллельная ей прямая. Сколько прямых, перпендикулярных этой прямой, можно провести в данной плоскости?

Задание 2

1. В кубе *A…D* докажите перпендикулярность *BD* и *AC.*
2. В правильном тетраэдре *ABCD* проведите плоскость, перпендикулярную ребру *AB*.

**ПЕРПЕНДИКУЛЯР И НАКЛОННАЯ**

Задание 1

1. Из точки *A* к данной плоскости проведены перпендикуляр и наклонная, пересекающие плоскость соответственно в точках *B* и *C*. Найдите отрезок *AC*, если *AB* = 6 см, 60.
2. В кубе *A*…*D*проведите из точки *D* перпендикуляр на плоскость *ACB.*

**УГОЛ МЕЖДУ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТЬЮ**

Задание 1

1. В прямоугольном параллелепипеде *A…D* найдите углы между *BD* и плоскостями граней: а) *ABCD*; б) *AABB*, если *AB* = *a*, *BC* = *b*, *BB* = *с*.
2. Докажите, что две параллельные наклонные прямые к одной плоскости образуют с ней равные углы.

\*3) Сформулируйте утверждение, обратное утверждению предыдущей задачи 2. Верно ли оно?

**РАССТОЯНИЕ МЕЖДУ ТОЧКАМИ, ПРЯМЫМИ И ПЛОСКОСТЯМИ**

Задание 1

1. В кубе *A*…*D* с ребром *b* найдите расстояние между скрещивающимися прямыми *BC* и *AC* и их общий перпендикуляр.
2. Ребро правильного тетраэдра равно 1. Найдите расстояние между его скрещивающимися ребрами.

**ДВУГРАННЫЙ УГОЛ**

Задание 1

1. Найдите угол между диагональю *AC* единичного куба *A…D* и плоскостью грани *ABBA*.
2. Дан куб *A…D* с ребром *a*. Найдите угол между плоскостью *ABD* и плоскостью диагонального сечения грани *BDDB.*

**ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТЬ ПЛОСКОСТЕЙ**

Задание 1

1. Докажите, что пересекающиеся грани прямоугольного параллелепипеда перпендикулярны.
2. Докажите, что плоскости диагональных сечений *ABCD* и *BADC* куба *A…D* перпендикулярны.

**ПРАВИЛЬНЫЕ МНОГОГРАННИКИ**

Задание 1

1. Найдите высоту правильной четырехугольной пирамиды, все ребра которой равны a.
2. Будет ли правильная пирамида, представленная в предыдущей задаче, правильным многогранником? Почему?
3. Найдите в этой правильной пирамиде угол наклона бокового ребра к плоскости основания.

**ЦЕНТРАЛЬНОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ. ИЗОБРАЖЕНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ФИГУР В ЦЕНТРАЛЬНОЙ ПРОЕКЦИИ.**

Задание 1

1. Что называется центральной проекцией точки пространства?
2. При каких условиях центральное проектирование дает неперевернутое изображение?
3. Для всех ли точек пространства определена центральная проекция? Ответ поясните.
4. Какой фигурой является сечение n-угольной пирамиды плоскостью, параллельной ее основанию?

Задание 2

1. Что называется центральным проектированием?
2. При каких условиях центральное проектирование дает перевернутое изображение?
3. Для каких точек пространства не определена центральная проекция на плоскостьс центром проектирования *S*?
4. Какой фигурой является сечение конуса плоскостью, параллельной ее основанию?

**ТЕОРЕМА ЭЙЛЕРА**

Задание 1

1. Дан многогранник с «дырой» или «окном». Будет ли он выпуклым многогранником? Почему?
2. Докажите, что любой выпуклый многогранник моно разбить на конечное число тетраэдров.

**СООБЩЕНИЯ**

1. О жизни и творчестве Н. И. Лобачевского
2. Творчество М. Эшера
3. Исторические сведения об измерении углов
4. О жизни и творчестве Леонардо да Винчи
5. О жизни и творчестве Альбрехта Дюрера
6. О жизни и творчестве Иоганна Кеплера
7. Из истории перспективы
8. Образы пространства – искусство и реальность
9. Жизнь и творчество Л. Эйлера
10. История открытия полуправильных многогранников – тел Архимеда
11. Кристалл граната