НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА ПО МАТЕМАТИКЕ

ПО ТЕМЕ: РАСЧЕТЫ И ДОКАЗАТЕЛЬСТВА

Выполнил ученик

СПО-9 БелГАУ

Турбаевский Владислав Львович

2020

**Математическое доказательство**

**План:**

Введение

* 1 Формальное доказательство

Примечания

**Введение**

В математике **доказа́тельством** называется цепочка логических умозаключений, показывающая, что при каком-то наборе аксиом и правил вывода верно некоторое утверждение. В зависимости от контекста, может иметься в виду доказательство в рамках некоторой формальной системы (построенная по специальным правилам последовательность утверждений, записанная на формальном языке) или текст на естественном языке, по которому при желании можно восстановить формальное доказательство. Доказанные утверждения в математике называют теоремами (в математических текстах обычно подразумевается, что доказательство кем-либо найдено; исключения из этого обычая в основном составляют работы по логике, в которых исследуется само понятие доказательства); если ни утверждение, ни его отрицание ещё не доказаны, то такое утверждение называют гипотезой. Иногда в процессе доказательства теоремы выделяются доказательства менее сложных утверждений, называемых леммами.

Формальными доказательствами занимается специальная ветвь математики — теория доказательств. Сами формальные доказательства математики почти никогда не используют, поскольку для человеческого восприятия они очень сложны и часто занимают очень много места. Обычно доказательство имеет вид текста, в котором автор, опираясь на аксиомы и доказанные ранее теоремы, с помощью логических средств показывает истинность некоторого утверждения. В отличие от других наук, в математике недопустимы эмпирические доказательства: все утверждения доказываются исключительно логическими способами. В математике важную роль играют математическая интуиция и аналогии между разными объектами и теоремами; тем не менее, все эти средства используются учёными только при поиске доказательств, сами доказательства не могут основываться на таких средствах. Доказательства, написанные на естественных языках, могут быть не очень подробными в расчёте на то, что подготовленный читатель сам сможет восстановить детали. Строгость доказательства гарантируется тем, что его можно представить в виде записи на формальном языке (это и происходит при компьютерной проверке доказательств).

Ошибочным доказательством называется текст, содержащий логические ошибки, то есть такой, по которому нельзя восстановить формальное доказательство. В истории математики были случаи, когда выдающиеся учёные публиковали неверные «доказательства», однако обычно их коллеги или они сами довольно быстро находили ошибки. (Одна из наиболее часто неправильно доказывавшихся теорем — Великая теорема Ферма. До сих пор встречаются люди, не знающие о том, что она доказана, и предлагающие новые неверные «доказательства»[1][2]. Ошибочным может быть только признание доказательством «доказательства» на естественном или формальном языке; формальное доказательство ошибочным не может быть по определению.

В математике существуют нерешённые проблемы, решение которых учёным очень хотелось бы найти. Некоторые из них можно найти в статье «Гипотеза». За доказательства особенно интересных и важных утверждений математические общества назначают премии.

В информатике математические доказательства используются для верификации и анализа правильности алгоритмов и программ. см. логика в информатике} в рамках технологий доказательного программирования.

**1. Формальное доказательство**

Когда говорят о формальном доказательстве, прежде всего описывают *формальную модель* — множество аксиом, записанных с помощью формального языка, и правил вывода. **Формальным выводом** называется конечное упорядоченное множество строк, написанных на формальном языке, таких, что каждая из них либо является аксиомой, либо получена из предыдущих строк применением одного из правил вывода. **Формальным доказательством** утверждения называется формальный вывод, последней строкой которого является данное утверждение. Утверждение, имеющее формальное доказательство, называется *теоремой*, а множество всех теорем в данной формальной модели (рассматриваемое вместе с алфавитом формального языка, множествами аксиом и правил вывода) называется формальной теорией.

Теория называется *полной*, если для любого утверждения доказуемо либо оно, либо его отрицание, и *непротиворечивой*, если в ней не существует утверждений, которые можно доказать вместе с их отрицаниями. Большинство математических теорий, как показывает первая теорема Гёделя о неполноте, являются неполными, то есть в них существуют утверждения, об истинности которых ничего сказать нельзя. Самым распространённым набором аксиом в наше время является аксиоматика Цермело — Френкеля с аксиомой выбора (хотя некоторые математики выступают против использования последней). Теория на основе этой системы аксиом не полна (например, континуум-гипотеза не может быть ни доказана, ни опровергнута в ней). Несмотря на повсеместное использование этой теории в математике, её непротиворечивость не может быть доказана методами её самой. Тем не менее, подавляющее большинство математиков верит в её непротиворечивость, считая, что в противном случае противоречия уже давно были бы обнаружены.